НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ВМИ

БЛАГОТВОРИТЕЛЬНЫЙ
ФОНД В. ПОТАНИНА

Дисциплина «Вероятностные модели»

Тема «Рандомизированные системы управления запасами»

Разработчики:
А.Т. Латипова, к.ф.м.н., доцент
Н.И. Верзилов, студент группы ВМИ-213

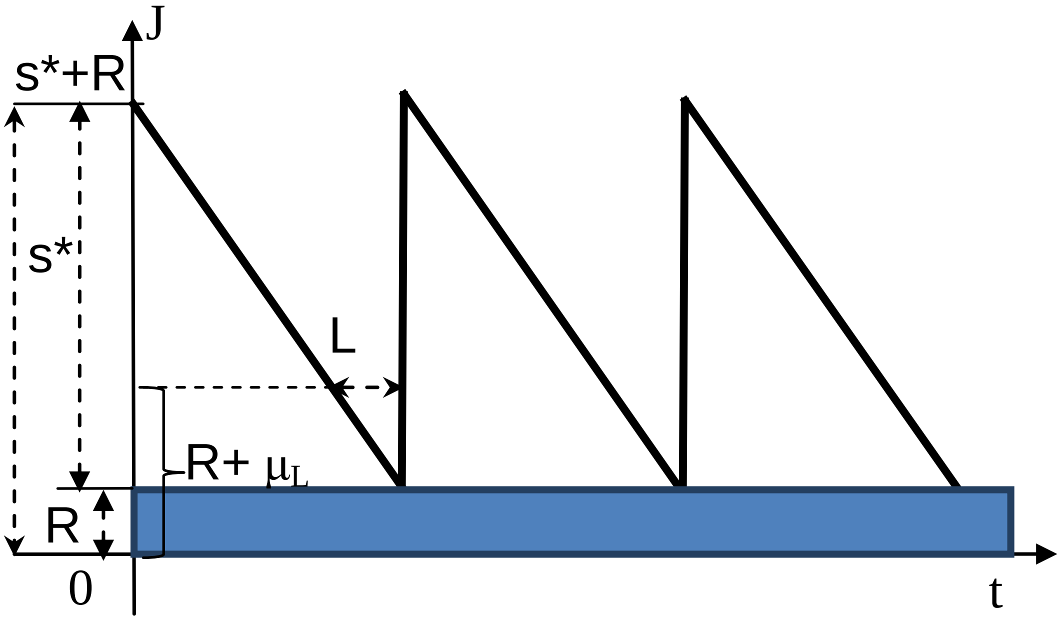
Определение страхового запаса для рандомизированной модели

Некоторые специалисты пытались адаптировать детерминированную модель экономичного размера заказа для учета вероятностной природы спроса, используя при этом приближенный метод, который предполагает существование постоянного буферного запаса на протяжении всего планового периода. Размер резерва устанавливается таким образом, чтобы вероятность истощения запаса в течение периода выполнения заказа (интервала между моментом размещения заказа и его поставкой) не превышала наперед заданной величины.

Введем следующие *обозначения*.
L – срок выполнения заказа, т.е. время от момента размещения заказа до его поставки,
x_L – случайная величина, представляющая величину спроса на протяжении срока выполнения заказа,
μ_L – средняя величина спроса на протяжении срока выполнения заказа,
σ_L – среднеквадратическое отклонение величины спроса на протяжении срока выполнения заказа,
R – размер резервного запаса,
α – максимально возможное значение вероятности истощения запаса на протяжении срока выполнения заказа.

Основным предположением при построении модели является то, что величина спроса x_L на протяжении срока выполнения заказа L является нормально распределенной случайной величиной со средним μ_L и стандартным отклонением σ_L, т.е. имеет распределение $N(\mu_L, \sigma_L)$.

На рисунке показана зависимость между размером резервного запаса R и параметрами детерминированной модели экономичного размера заказа, которая включает срок выполнения заказа L, среднюю величину спроса μ_L на протяжении срока выполнения заказа и экономичный размер заказа s^*. Заметим, что L должно быть равно *эффективному* времени выполнения заказа.



Предположим, что величина спроса на протяжении L является нормально распределенной величиной со средним μ_L и с.к.о. σ_L .

Вероятность истощения запасов следующая:

$$P\{x_L \geq R + \mu_L\} \leq \alpha .$$

Величина $z = \dfrac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$ является стандартной нормальной величиной $N(0,1)$. Тогда $P\{z \geq R / \sigma_L\} \leq \alpha$. Пусть при K_α такое, что $P(z \geq K_\alpha) = \alpha$. Тогда страховой запаса должен быть

$$R \geq K_\alpha * \sigma_L .$$

Величина спроса на протяжении срока выполнения заказа L обычно описывается плотностью распределения вероятности, отнесенной к единице времени, из которой нужно определить распределение спроса на протяжении периода L.

Если спрос в единицу времени является нормальной случайной величиной со средним μ и с.к.о. σ, то общий спрос на протяжении периода L будет иметь нормальной распределение с мат. ожиданием

$$\mu_L = \mu * L$$

и с.к.о

$$\sigma_L = \sigma\sqrt{L}\ .$$

Формула для σ_L получена при допущении, что L является целым числом.

Задача 1. Пусть экономичный размер партии ламп составляет 1000 штук. Срок выполнения заказа - 2 дня. Определить величину резервного запаса, при условии, что дневной спрос на лампы является нормально распределенной величиной с математическим ожиданием в 100 ламп и СКО в 10 ламп.

Решение

Задано по условию задачи:

$$n^* = 1000 \text{ штук; L } = 2 \quad \text{ дня;}$$

$$\mu \;\; = 100 \;\; \frac{\text{штук}}{\text{день}}; \; \sigma \;\; = 10 \;\; \frac{\text{штук}}{\text{день}}.$$

$\mu_{\mathrm{L}} = \mu * L = 2 * 100 = 200$ штук

$\sigma_{\mathrm{L}} = \delta * \sqrt{L} = 10 * \sqrt{2} = 14{,}14$ штук

$\alpha = 0{,}05$

$\mathrm{K}_{\alpha} = \text{нормпраспобр}(1 - \alpha) = 1{,}64$

$\mathrm{R} \geq \mathrm{K}_{\alpha} * \sigma = 23{,}2$ после округления 24,

т. к. нельзя заказывать меньше ламп чем необходимо.